

স্নাতক পাঠক্রম (B.D.P.)

অনুশীলন পত্র (Assignment) : ডিসেম্বর, ২০১৪ ও জুন, ২০১৫

গণিত (Mathematics)

সহায়ক পাঠক্রম (Subsidiary)

তৃতীয় পত্র (S-3 : SMT-III : Mathematics-III)

পূর্ণমান : ১০০

মানের গুরুত্ব : ৩০%

Full Marks : 100

Weightage of Marks : 30%

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে।

অশুদ্ধ বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর

কেটে নেওয়া হবে। উপাত্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।

Special credit will be given for accuracy and relevance in the answer. Marks will be deducted for incorrect spelling, untidy work and illegible handwriting.

The weightage for each question has been indicated in the margin.

বিভাগ - ক

(পূর্ণমান : ২০)

যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দিন : $২০ \times ১ = ২০$

1. i) 1.8921 সংখ্যাটির সার্থক অংকের সংখ্যা নির্ণয় করুন যখন তার আপেক্ষিক ভ্রান্তি 0.1×10^{-2} . ৩
- ii) 4 টি সংখ্যার যোগ নির্ণয় করুন যাদের আসন্ন মান $0.532, 7.46571, 1.501, 3.62102$. ৩
- iii) $\Delta^3 f(x)$ মান বের করুন যেখানে $f(x) = 39x^3 - 12x^2 + 6x + 4$ এবং $h = 1$. ৪

- iv) 10 টি উপ-অন্তরাল নিয়ে সিম্পসনের $\frac{1}{3}$ পদ্ধতিতে

সমাকলন $\int_0^1 \sin x^2 dx$ -এর মান বের করুন। ৫

- v) নিউটন-র্যাফসন পদ্ধতিতে পাঁচটি সার্থক সংখ্যা পর্যন্ত $\sqrt[3]{13}$ -এর মান বের করুন। ৫

2. i) নীচের টেবিলের অগান্তর সারণিটি তৈরী করুন :

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	2	3	12	35	78

এই সারণি থেকে কি সিদ্ধান্ত করা যায় বলুন। ৫

- ii) প্রমাণ করুন $\Delta \log f(x) = \log \left[1 + \frac{\Delta f(x)}{f(x)} \right]$. ৩

- iii) এমন একটা বহুপদী $y = f(x)$ নির্ণয় করুন যেটা নীচের সারণি দ্বারা সিদ্ধ : ৫

x	-2	1	2	4
$f(x)$	25	-8	-15	-25

- iv) তিনটি সার্থক সংখ্যা পর্যন্ত শুদ্ধ $x^3 - x - 1 = 0$ সমীকরণের বাস্তব বীজ দ্বিখণ্ডন পদ্ধতিতে বের করুন। ৫

- v) চার সার্থক সংখ্যা পর্যন্ত সংখ্যাগুলিকে আসন্নীকরণ করুন $2456.782, 2.5555, 1.35008$. ২

বিভাগ - খ

(পূর্ণমান : ৩০)

যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন : $১৫ \times ২ = ৩০$

3. a) M ভর বিশিষ্ট একটি কামান থেকে m ভর বিশিষ্ট একটি গোলক বিক্ষিপ্ত হওয়ায় E পরিমাণ গতিশক্তি উৎপন্ন হয়। প্রমাণ করুন যে কামানের পশ্চাদপসারণের গতিবেগ $\sqrt{\frac{2ME}{(M+m)m}}$. ৭
- b) কোন সরলরেখার ওপর সরল সমঞ্জস গতিতে চলমান একটি কণার মূলবিন্দু থেকে x_1, x_2 এবং x_3 পরিমাণ দূরত্বে সেটির গতিবেগ যথাক্রমে v_1, v_2, v_3 হলে দেখান যে
- $$x_1^2(v_2^2 - v_3^2) + x_2^2(v_3^2 - v_1^2) + x_3^2(v_1^2 - v_2^2) = 0.$$
- ৮
4. a) একটি বস্তুকণা $y = a \log\{\sec(x/a)\}$ বক্ররেখা পরিক্রমা করে এমনভাবে যে বক্ররেখার স্পর্শকের ঘূর্ণন একই হারে হয়। দেখান যে ওই বস্তুকণার লম্বিত্ব ত্বরণ বক্রতা ব্যাসার্ধের বর্গের সঙ্গে সরলভেদে আছে।

৮

- b) একটি কণা ধ্রুবকোণী কুণ্ডলী $r = ae^{\theta}$ বরাবর এমন ভাবে গতিশীল যে অরীয় ত্বরণের মান শূন্য। দেখান যে দ্রুতি এবং ত্বরণের মান r -এর সঙ্গে সমানুপাতী। ৭
5. a) একটি কণা উপবৃত্ত বরাবর এমনভাবে গতিশীল যে তার উপর প্রযুক্ত বল কেন্দ্রাভিমুখী। দেখান যে প্রযুক্ত বলটি কেন্দ্র থেকে দূরত্বের সমানুপাতী। ৮
- b) যদি m ভরের একটি কণা আকর্ষণকারী কেন্দ্রীয় বল $m\mu(2a^2u^5 - u^3)$ দ্বারা a ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্ত বরাবর গতিশীল তাহলে গতিপথের যে কোন বিন্দুতে সেটির গতিবেগ নির্ণয় করুন। ৭
6. a) কোন গ্রহের সূর্য থেকে নিকটবর্তী ও দূরবর্তী দূরত্বে রৈখিক গতিবেগ যথাক্রমে v_1 এবং v_2 হলে প্রমাণ করুন যে $(1-e)v_1 = (1+e)v_2$. ৭
- b) O বিন্দু অভিমুখী এবং $\mu \div$ (নির্দিষ্ট বিন্দু O থেকে দূরত্ব)-র বল দ্বারা একটি কণা গতিশীল। যদি কণাটি O বিন্দু থেকে a দূরত্বে স্থিরাবস্থা থেকে যাত্রা শুরু করে তবে দেখান যে কণাটি O বিন্দুতে $a\sqrt{\frac{\pi}{2\mu}}$ সময় পর পৌঁছাবে। ৮

বিভাগ - গ

(পূর্ণমান : ৫০)

যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিন : $১০ \times ৫ = ৫০$

7. খাদ্য X-এর মধ্যে দুটি ভিটামিন A, 6 একক এবং ভিটামিন B, 7 একক আছে এবং যার মূল্য 12 প:/গ্রাম। খাদ্য Y-এর মধ্যে 8 একক ভিটামিন A এবং 12 একক ভিটামিন B আছে প্রতি গ্রামে যার মূল্য 20 প:/গ্রাম। ভিটামিন A এবং B -এর দৈনিক ন্যূনতম চাহিদা যথাক্রমে 100 একক এবং 120 একক। খরচ নিম্নতম করে রৈখিক প্রোগ্রামটি তৈরী করুন এবং লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করুন। ১০

8. a) যদি x_1, x_2 বাস্তব হয় তবে দেখান যে $X = \{(x_1, x_2) / x_1 + x_2 \leq 50, x_1 + 2x_2 \leq 80, 2x_1 + x_2 \geq 20, x_1, x_2 \geq 0\}$ সেটটি একটি উত্তল সেট। ৫

- b) অসমীকরণগুলিকে অতিরিক্ত চল (slack variable) এবং উদ্বৃত্ত চল (surplus variable)-এর সাহায্যে সমীকরণে প্রকাশ করুন :
 $x_1 - 3x_2 \leq 6, 2x_1 + 5x_2 \geq 8$
 $x_1 - 4x_2 \geq -6, x_1, x_2 \geq 0$ ৫

9. a) দেখান যে সেট $X = \{(x_1, x_2) : x_1^2 + x_2^2 = 16\}$ একটি উত্তল সেট নয়। ৩

- b) নীচের রৈখিক প্রোগ্রাম সমস্যাটিকে প্রমাণ (চরম) আকারে রূপান্তরিত করুন :

$$\text{অবম } Z = 3x_1 - 4x_2 - x_3$$

$$\text{শর্ত সাপেক্ষে } x_1 + 3x_2 - 4x_3 \leq 12$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 \leq 20$$

$$x_1 - 4x_2 - 5x_3 \geq 5$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \text{ এবং } x_3 \text{ চিহ্ন সাপেক্ষে অনিয়ন্ত্রিত চল।}$$

৭

10. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1$ এবং $x_4 = 0$ নিম্নোক্ত সমীকরণদ্বয়ের কার্যকর সমাধান। এই কার্যকর সমাধানকে দুটি বিভিন্ন মৌল কার্যকর সমাধানে পরিবর্তিত করুন :
 $x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 = 7, 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 4,$
 $x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0.$ ১০

11. সিম্প্লেক্স পদ্ধতিতে সমাধান করুন :

$$\text{চরম } Z = 2x_1 + x_2 + 3x_3$$

$$\text{শর্ত সাপেক্ষে } x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 5$$

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

১০

12. দ্বিপরিমিত পদ্ধতির সাহায্যে সমাধান করুন :

$$\text{চরম } Z = 3x_1 - x_2$$

$$\text{শর্ত সাপেক্ষে, } 2x_1 + x_2 \geq 2$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 2$$

$$x_1 \leq 4,$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

১০

13. a) দ্বৈত সমস্যা বলতে কি বোঝায় ? ৩

b) নিম্নোক্ত রৈখিক প্রোগ্রাম সমস্যার দ্বৈততা বের করুন
এবং দেখান যে দ্বৈত সমস্যার দ্বৈত সমস্যা হবে মুখ্য
সমস্যা :

$$\text{চরম } Z = 2x_1 + 5x_2 + 6x_3$$

$$\text{শর্ত সাপেক্ষে, } 5x_1 + 6x_2 - x_3 \leq 3$$

$$-2x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 4$$

$$x_1 - 5x_2 + 3x_3 \leq 1$$

$$-3x_1 - 3x_2 + 7x_3 \leq 6$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

৭

14. নিম্নোক্ত পরিবহন সমস্যাটিকে সমাধান করুন : ১০

	D_1	D_2	D_3	D_4	a_i
O_1	10	7	3	6	3
O_2	1	6	8	3	5
O_3	7	4	5	3	7
b_j	3	2	6	4	

15. a) নিম্নোক্ত আরোপ সমস্যার চরম মৌল কার্যকরি
সমাধান বের করুন :

	1	2	3	4
1	1	4	6	3
2	9	7	10	9
3	4	5	11	7
4	8	7	8	5

b) আরোপ সমস্যার এবং পরিবহন সমস্যার পার্থক্যগুলি
লিখুন। ২

16. a) প্রাধান্য তত্ত্বের সাহায্যে ত্রিভুজটির নিম্নোক্ত মূল্য সূচক
ম্যাট্রিক্সের সমাধান করুন :

		B			
		B_1	B_2	B_3	B_4
A	A_1	2	1	4	0
	A_2	3	4	2	4
	A_3	4	2	4	0
	A_4	0	4	0	8

৭

SMT-III (UA-121/13)

- b) নিম্নোক্ত মূল্যসূচক ম্যাট্রিক্সের যদি অপ্রোপবেশন বিন্দু থাকে তবে x -এর মান বের করুন :

$$A \begin{matrix} & & B \\ & & B_1 & B_2 & B_3 \\ A_1 & \left[\begin{array}{ccc} x & 6 & 2 \\ -1 & x & -7 \\ -2 & 4 & x \end{array} \right] \\ A_2 \\ A_3 \end{matrix}$$

৩

SMT-III (UA-121/13) 2

English Version

Group – A

(Full Marks : 20)

Answer any *one* question. $20 \times 1 = 20$

1. i) Determine the number of correct digits in the number 1.8921, when its relative error 0.1×10^{-2} . 3
- ii) Find the sum of 4 rounded numbers 0.532, 7.46571, 1.501, 3.62102. 3
- iii) Let $f(x) = 39x^3 - 12x^2 + 6x + 4$. Find $\Delta^3 f(x)$ with $h = 1$. 4
- iv) Find the value of the integral $\int_0^1 \sin x^2 dx$ by Simpson's one-third rule with 10 sub-intervals. 5
- v) Find the value of $\sqrt[3]{13}$ correct up to five significant digits by Newton-Raphson method. 5
2. i) Determine the Forward difference table with the following table :

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	2	3	12	35	78

What conclusion can be done from the difference table ? 5
- ii) Prove that $\Delta \log f(x) = \log \left[1 + \frac{\Delta f(x)}{f(x)} \right]$. 3

- iii) Find the polynomial $y = f(x)$ which satisfy the following table : 5

x	-2	1	2	4
$f(x)$	25	-8	-15	-25

- iv) Find the real root of $x^3 - x - 1 = 0$, correct up to 3 significant digits by Bisection method. 5
- v) Round off the numbers correct up to 4 significant digits 2456.782, 2.5555, 1.35008. 2

Group - B**(Full Marks : 30)**Answer any *two* questions. $15 \times 2 = 30$

3. a) A shell of mass m is ejected from a gun of mass M by an explosion which generates kinetic energy E . Prove that the recoil velocity of the gun is $\sqrt{\frac{2ME}{(M+m)m}}$. 7
- b) A particle moves in Simple Harmonic Motion on a straight line. If its distances from the origin are x_1, x_2 and x_3 and the velocities are v_1, v_2, v_3 respectively, then prove that $x_1^2(v_2^2 - v_3^2) + x_2^2(v_3^2 - v_1^2) + x_3^2(v_1^2 - v_2^2) = 0$. 8
4. a) A particle moves in the curve $y = a \log \{ \sec(x/a) \}$ in such a way that the tangent to the curve rotates uniformly. Prove that the resultant acceleration of the particle varies as the square of the radius of curvature. 8

- b) A particle describes equiangular spiral $r = ae^{\theta}$ in such a manner that the radial acceleration is zero. Prove that the speed and the magnitude of acceleration are each proportional to r . 7
5. a) If a particle describes an ellipse under a force to its centre, show that the force is directly proportional to the distance from the centre. 8
- b) If a particle of mass m describes a circle of radius a under a central attractive force $m\mu(2a^2u^5 - u^3)$, find the velocity of the particle at any point in the orbit. 7
6. a) If v_1 and v_2 are the linear velocities of a planet when it is respectively nearest and farthest from the sun, prove that $(1 - e)v_1 = (1 + e)v_2$. 7
- b) A particle moves with an acceleration which is always directed towards O and equal to $\mu \div$ (distance from a fixed point O). If it starts from rest at a distance a from O , show that it will arrive at O in time $a\sqrt{\frac{\pi}{2\mu}}$. 8

Group – C
(Full Marks : 50)

Answer any five questions. $10 \times 5 = 50$

7. Food X contains 6 units of Vitamin A and 7 units of Vitamin B per gram and costs 12 p/gm. Food Y contains 8 units and 12 units of Vitamin A and B per gram respectively and costs 20 p/gm. The daily requirements of Vitamin A and B are at least 100 units and 120 units respectively. Formulate the above as an L.P.P. to minimize the cost and solve graphically. 10
8. a) If x_1, x_2 be real, show that the set given by
 $X = \{(x_1, x_2) / x_1 + x_2 \leq 50, x_1 + 2x_2 \leq 80,$
 $2x_1 + x_2 \geq 20, x_1, x_2 \geq 0\}$ is a convex set. 5
- b) Rewrite the following inequations in the form of equations by introducing slack and surplus variables : $x_1 - 3x_2 \leq 6,$
 $2x_1 + 5x_2 \geq 8, x_1 - 4x_2 \geq -6, x_1, x_2 \geq 0.$ 5
9. a) Show that the set
 $X = \{(x_1, x_2) : x_1^2 + x_2^2 = 16\}$ is not a convex set. 3
- b) Put the following problem in a standard (maximization) form :
 $\text{Min } Z = 3x_1 - 4x_2 - x_3$
 subject to $x_1 + 3x_2 - 4x_3 \leq 12$
 $2x_1 - x_2 + x_3 \leq 20$
 $x_1 - 4x_2 - 5x_3 \geq 5$
 $x_1 \geq 0, x_2$ and x_3 are unrestricted in sign. 7

10. $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1$ and $x_4 = 0$ is a feasible solution of the system of equations
 $x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 = 7,$
 $2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 4, x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0.$
 Reduce the feasible solution to two different basic feasible solutions. 10
11. Solve by Simplex method :
 $\text{Max } Z = 2x_1 + x_2 + 3x_3$
 subject to $x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 5$
 $2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12$
 $x_1, x_2, x_3 \geq 0$ 10
12. Use two phase method to solve the following problem :
 $\text{Max } Z = 3x_1 - x_2$
 subject to $2x_1 + x_2 \geq 2$
 $x_1 + 3x_2 \leq 2$
 $x_1 \leq 4,$
 $x_1, x_2 \geq 0$ 10
13. a) What is the meaning of duality? 3
 b) Obtain the dual problem of the following L.P.P. :
 $\text{Max } Z = 2x_1 + 5x_2 + 6x_3$
 subject to $5x_1 + 6x_2 - x_3 \leq 3$
 $-2x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 4$
 $x_1 - 5x_2 + 3x_3 \leq 1$
 $-3x_1 - 3x_2 + 7x_3 \leq 6$
 $x_1, x_2, x_3 \geq 0$
 Also verify that the dual of the dual problem is the primal problem. 7

14. Solve the following transportation problem : 10

	D_1	D_2	D_3	D_4	a_i
O_1	10	7	3	6	3
O_2	1	6	8	3	5
O_3	7	4	5	3	7
b_j	3	2	6	4	

15. a) Find the optimum basic feasible solution of the assignment problem :

	1	2	3	4
1	1	4	6	3
2	9	7	10	9
3	4	5	11	7
4	8	7	8	5

- b) Write down the difference between assignment and transportation problem.

16. a) Solve the game with pay-off matrix by dominance method :

		B			
		B_1	B_2	B_3	B_4
A	A_1	2	1	4	0
	A_2	3	4	2	4
	A_3	4	2	4	0
	A_4	0	4	0	8

- b) Find the value of
- x
- for which the pay-off matrix has a saddle point :

		B		
		B_1	B_2	B_3
A	A_1	x	6	2
	A_2	-1	x	-7
	A_3	-2	4	x

3

Date of Publication : 10.10.2014

Last date of Submission of Answer Script by the student : 30.11.2014

Last date of Submission of marks by the Study Centre to the department of C.O.E. on or before : 12.01.2015