স্নাতক পাঠক্রম (B.D.P.)

অনুশীলন পত্র (Assignment) : ডিসেম্বর, ২০১৪ ও জুন, ২০১৫

গণিত (Mathematics)

ঐচ্ছিক পাঠক্রম (Elective)

দশম পত্র (10th Paper : **Analytical Statics)**

পূর্ণমান ঃ ৫০ মানের গুরুত্ব ঃ ৩০%
Full Marks : 50 Weightage of Marks : 30%

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে। অশুদ্ধ বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর কেটে নেওয়া হবে। উপান্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।

Special credit will be given for accuracy and relevance in the answer. Marks will be deducted for incorrect spelling, untidy work and illegible handwriting. The weightage for each question has been indicated in the margin.

১। প্রত্যেক বিভাগ থেকে **একটি** করে নিয়ে মোট **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ ১০ × ২ = ২০

বিভাগ – অ

(ক) একটি সমতলীয় বলগোষ্ঠী একটি দৃঢ় বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল। দেখান যে, এটি বলগুলির তলে অবস্থিত যে কোনো O বিন্দুতে ক্রিয়াশীল একটি একক বল ও একটি একক দ্বন্দ্বের সমতুল হবে। এর থেকে বলগোষ্ঠীটি সাম্যাবস্থায় থাকার শর্তগুলি নির্ণয় করুন। ১০

(খ) একটি বর্গাকার পাত একটি মসৃণ দেওয়ালের উপর স্থির আছে, যাতে পাতটির তল ঐ দেওয়ালের সাথে উল্লম্বভাবে থাকে। ঐ বর্গাকৃতি পাতের বাহুর সমান দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি সূক্ষ্ম সূতার সাহায্যে ঐ পাতটির একটি কৌণিক বিন্দু, দেওয়ালের একটি বিন্দুর সাথে যুক্ত আছে। সাম্যের অবস্থান নির্ণয় করুন এবং দেখান যে, এটি সুস্থিত। ১০

বিভাগ – আ

(গ) একটি সামতলিক ক্ষেত্র উল্লম্বভাবে জলের ভিতর সম্পূর্ণভাবে নিমজ্জিত। যদি এটি ঘূর্ণন ব্যতিরেকে উল্লম্বতলে সমবেগে আরও নিমজ্জিত হয়, তবে দেখান যে, চাপকেন্দ্র, তলটির ভারকেন্দ্রগামী অনুভূমিক রেখার দিকে, ভারকেন্দ্রের গভীরতার বর্গের ব্যস্তানুপাতিক বেগে ধাবমান। ১০

(ঘ) শীর্ষকোণ 2α যুক্ত একটি কঠিন লম্ববৃত্তাকার শঙ্কু ঠিক জলতলের নীচে নিমজ্জিত আছে। এর একটি কারিকা রেখা (generator) জলতলে আছে। শঙ্কু কর্তৃক অপসারিত জলের ওজন W হলে, প্রমাণ করুন যে, শঙ্কুর বক্রতলের উপর লম্বিঘাত $W\sqrt{1+3\sin^2\alpha}$ এবং ঐ লম্বির দিক শঙ্কুর অক্ষের সাথে θ কোণে আনত হলে $\cot\theta = 2\tan\alpha$। ১০

২। যে-কোনো **তিনটি** প্রশ্নের উত্তর দিন (প্রত্যেক বিভাগ থেকে অন্তত **একটি** প্রশ্ন নির্বাচন করতে হবে) ঃ ৬ × ৩ = ১৮

বিভাগ – অ

(ক) কোনো ভূমি বিন্দু O গামী কার্তেসীয় অক্ষ Ox, Oy, Oz-এর সাপেক্ষে একটি বলগোষ্ঠীর এবং তাদের দ্বন্দ্বের বিশ্লেষিতাংশের বীজগাণিতিক যোগফল যথাক্রমে X, Y, Z এবং L, M, N । দেখান যে, যে কোনো ভূমি বিন্দু এবং যে কোনো দিকের অক্ষের সাপেক্ষে $X^2 + Y^2 + Z^2$ এবং $LX + MY + NZ$ অবিচল। ৬

(খ) একটি দৃঢ় বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল একটি সমতলীয় বলগোষ্ঠী সাম্যাবস্থায় আছে। দেখান যে, ঐ বলগোষ্ঠী দ্বারা কল্পিত কার্য শূন্য হবে। ৬

(গ) একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজাকৃতি পাত এরূপ যে, তার যে কোনো বিন্দুতে একক ক্ষেত্রে ভর, ঐ ত্রিভুজের সমান দুটি বাহু থেকে ঐ বিন্দুর দূরত্বের যোগফলের সমানুপাতিক। প্রমাণ করুন, শীর্ষবিন্দু থেকে ভারকেন্দ্রের দূরত্ব উচ্চতার তিন চতুর্থাংশ। ৬

বিভাগ – আ

(ঘ) h দৈর্ঘ্য, a ব্যাসার্ধ এবং s আপেক্ষিক গুরুত্ব বিশিষ্ট একটি সমসত্ত্ব লম্ববৃত্তাকার চোঙ জলের মধ্যে ভাসমান। $\frac{a^2}{h^2} > 2s\,(1-s)$ হলে, প্রমাণ করুন যে, চোঙটির অক্ষের উল্লম্বভাবে অবস্থান সুস্থিত হবে। ৬

(ঙ) ABC একটি ত্রিভুজ দুটি তরলের মধ্যে উল্লম্ব অবস্থায় এরূপভাবে নিমজ্জিত আছে, যাতে তার ভূমি BC উপরিতলে থাকে। উপরস্থ ও নিম্নস্থ তরলের ঘনত্ব যথাক্রমে σ এবং ρ হলে এবং বিভক্ত তলের গভীরতা, শীর্ষবিন্দুর গভীরতার অর্ধেক হলে, প্রমাণ করুন যে, দুটি তরলের মধ্যের অংশদুটির উপর ঘাতের অনুপাত $4\sigma : (3\sigma + \rho)$. ৬

(চ) একটি পাতে রক্ষিত কিছু পরিমাণ সমসত্ত্ব তরল, উল্লম্ব অক্ষের চতুর্দিকে সমবেগে ঘূর্ণায়মান। তরলের মধ্যে যে কোনো বিন্দুতে চাপ নির্ণয় করুন। ৬

৩। প্রত্যেক বিভাগ থেকে **দুটি** করে নিয়ে মোট **চারটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ ৩ × ৪ = ১২

বিভাগ – অ

(ক) P এবং Q দুটি সমমুখী সমান্তরাল বল। P বল, সমান্তরালভাবে x দূরত্বে সরে গেলে, দেখান যে P, Q-এর লব্ধি $\frac{Px}{P+Q}$ দূরত্বে সরে যাবে। ৩

(খ) একটি প্রদত্ত বলের ক্রিয়ার অধীনে, $y = f(x)$ এই সমতলীয় অমসৃণ বক্রের উপর একটি কণা স্থির অবস্থায় আছে। কার্তেসীয় অক্ষ Ox, Oy-এর সাপেক্ষে ঐ বলটির বিশ্লেষিতাংশ (X, Y)। ঘর্ষণাঙ্ক μ হলে, দেখান যে, সাম্যাবস্থার জন্য $\left(X + Y\frac{dy}{dx}\right)^2 \le \mu^2\left(X\frac{dy}{dx} - Y\right)^2$ হবে। ৩

(গ) 'নিরপেক্ষ কেন্দ্র' ও 'নিরপেক্ষ সাম্য' বলতে কি বোঝায় ব্যাখ্যা করুন। ৩

(ঘ) একটি সাধারণ ক্যাটেনারিতে, যে কোনো বিন্দু P-তে টান T এবং নিম্নস্থ বিন্দু C-তে টান T_0 এবং দড়িটির CP অংশের ওজন W হলে, দেখান যে, $T^2 - T_0^2 = W^2$। ৩

[পরের পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য

বিভাগ – আ

(ঙ) অভিকর্ষজ ত্বরণ g ধ্রুবক হলে, সমোষ্ণ বায়ুমণ্ডলের z উচ্চতায় চাপ নির্ণয় করুন। ৩

(চ) আদর্শ গ্যাসের একটি উল্লম্ব স্তম্ভের যে কোনো উচ্চতা z-এ চাপ p এবং পরম (absolute) তাপমাত্রা T হলে, প্রমাণ করুন যে $z = \frac{p_0}{\rho_0 g T_0}\int_p^{p_0}\frac{T}{p}dp$, যেখানে p_0, ρ_0, T_0 তলদেশে চাপ, ঘনত্ব এবং পরম (absolute) তাপমাত্রা এবং g-এর প্রচলিত অর্থ। ৩

(ছ) দেখান যে, অভিকর্ষের অধীনে স্থির অবস্থায়, একটি সমসত্ত্ব তরলের মুক্ততল অনুভূমিক। ৩

(জ) a ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি অর্ধবৃত্তাকার পাত একটি তরলের মধ্যে নিমজ্জিত, যাতে তার সীমার ব্যাসটি উপরিতলে থাকে। দেখান যে, তার চাপকেন্দ্রের গভীরতা $\frac{3\pi a}{16}$. ৩

English Version

1. Answer any *two* questions taking *one* from each Group : 10 × 2 = 20

Group – A

(a) A system of coplanar forces is acting on a rigid body. Show that it can be reduced to a single force acting at an arbitrarily chosen point *O* lying in the plane of the forces and a single couple. Hence find the condition of equilibrium of that system. 10

(b) A square lamina rests with its plane perpendicular to a smooth wall, one corner being attached to a point in the wall by a fine string of length equal to the side of the square. Find the position of equilibrium and show that it is stable. 10

Group – B

(c) A plane area is completely immersed in water, its plane being vertical. If it is made to descend in the vertical plane without rotation and with a uniform velocity, then show that the centre of pressure approaches the horizontal line through the centre of gravity of the plane with a velocity which is inversely proportional to the square of the depth of the centre of gravity. 10

(d) A solid right circular cone of vertical angle 2α is just immersed in water so that one generator is in the surface of the liquid. If W be the weight of the liquid displaced by the cone, then prove that the resultant thrust on the curved surface of the cone is $W\sqrt{1+3\sin^2\alpha}$ and if θ be the inclination of direction of resultant thrust to the axis of the cone, then $\cot\theta = 2\tan\alpha$. 10

2. Answer any *three* questions taking at least *one* from each Group : 6 × 3 = 18

Group – A

(a) Let X, Y, Z and L, M, N denote respectively the algebraic sum of the components of a system of forces and their moments with respect to Cartesian axes Ox, Oy, Oz passing through any base point O. Show that $X^2 + Y^2 + Z^2$ and $LX + MY + NZ$ are invariant whatever be the base point or the direction of axes. 6

(b) A system of coplanar forces acting on a rigid body is in equilibrium. Show that the virtual work done by the system is zero. 6

(c) An isoceles triangular lamina is such that its mass per unit area at every point varies as the sum of its distances from the equal sides of the triangle. Prove that the distance of the centre of gravity, from the vertex is three-fourth of the altitude. 6

Group – B

(d) A homogeneous circular cylinder of length h, radius a and specific gravity s, floats in water. Prove that the position with the axis vertical is stable, if $\frac{a^2}{h^2} > 2s(1-s)$. 6

(e) A triangle ABC is immersed vertically in two liquids with the base BC in the surface. If the densities of the upper and lower liquids be σ and ρ respectively and the depth of the surface of separation be half the depth of the vertex, then show that the ratio of the thrusts on the portions in the two liquids is $4\sigma : (3\sigma + \rho)$. 6

(f) A mass of homogeneous liquid contained in a vessel revolves uniformly about a vertical axis. Find the pressure at any point of the liquid. 6

3. Answer any *four* questions taking *two* from each Group : 3 × 4 = 12

Group – A

(a) P and Q are like parallel forces. If P be moved parallel to itself through a distance x, then show that the resultant of P, Q moves through a distance $\frac{Px}{P+Q}$. 3

(b) A particle is constrained to rest on a rough plane curve $y = f(x)$ under the action of a given force whose components are (X, Y) referred to Cartesian axes Ox, Oy. Show that, for the positions of equilibrium, $\left(X + Y\frac{dy}{dx}\right)^2 \le \mu^2 \left(X\frac{dy}{dx} - Y\right)^2$, μ being the coefficient of friction. 3

(c) Explain what are meant by 'Astatic Centre' and 'Astatic Equilibrium'. 3

(d) In a common catenary, if T be the tension at any point P, T_0 be that at the lowest point C, and W be the weight of the portion CP of the string, then show that $T^2 - T_0^2 = W^2$. 3

Group – B

(e) Assuming g, the acceleration due to gravity as constant, find the pressure in an isothermal atmosphere at a height z. 3

(f) In a vertical column of perfect gas, if the pressure and absolute temperature at any height z be p and T respectively, then prove that $z = \frac{p_0}{\rho_0 g T_0} \int_{p}^{p_0} \frac{T}{p} dp$, where p_0, ρ_0, T_0 are pressure, density and absolute temperature at the bottom and g has its usual meaning. 3

(g) Show that the free surface of a homogeneous liquid at rest under gravity is horizontal. 3

(h) A semicircular lamina of radius a is immersed in a liquid with the bounding diameter in the surface. Show that the depth of its centre of pressure is $\frac{3\pi a}{16}$. 3

Date of Publication	:	10.10.2014
Last date of Submission of Answer Script by the student	:	30.11.2014
Last date of Submission of marks by the Study Centre to the department of C.O.E. on or before	:	12.01.2015