স্নাতক পাঠক্রম (B.D.P.)

অনুশীলন পত্র (Assignment) : ডিসেম্বর, ২০১৪ ও জুন, ২০১৫

গণিত (Mathematics)

ঐচ্ছিক পাঠক্রম (Elective)

চতুর্দশ পত্র (14th Paper : **Linear Programming and Game Theory**)

পূর্ণমান ঃ ৫০ মানের গুরুত্ব ঃ ৩০%
Full Marks : 50 Weightage of Marks : 30%

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে। অশুদ্ধ বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর কেটে নেওয়া হবে। উপান্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।

Special credit will be given for accuracy and relevance in the answer. Marks will be deducted for incorrect spelling, untidy work and illegible handwriting. The weightage for each question has been indicated in the margin.

বিভাগ – ক

যে-কোনো **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ ১০ × ২ = ২০

১। কোনো কোম্পানি A ও B দুটি বস্তু প্রস্তুত করে। একই যন্ত্রে এক একক A ও B বস্তুর জন্য যথাক্রমে 25 মিনিট ও 15 মিনিট লাগে। যন্ত্রটি সপ্তাহে সর্বাধিক 35 ঘন্টা কাজ করতে পারে। প্রতি একক A ও B বস্তুর জন্য যথাক্রমে 1 kg ও 2·5 kg কাঁচামাল প্রয়োজন হয় যেখানে সপ্তাহে 170 kg কাঁচামালের যোগান আছে। যদি প্রতি এককে A ও B বস্তুর জন্য যথাক্রমে 100 টাকা ও 400 টাকা লাভ হয় তবে সর্বাধিক লাভের জন্য প্রতি সপ্তাহে কত একক A ও B উৎপাদন করতে হবে ? সমস্যাটিকে একটি রৈখিক প্রোগ্রামিং সমস্যা হিসেবে উপস্থাপন করুন এবং লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করুন। ৫ + ৫

[পরের পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য

২। (ক) দেখান যে $X = \{(x_1, x_2); 2x_1^2 + 3x_2^2 \le 6\}$ সেটটি একটি উত্তল সেট। ৫

(খ) $x = 0$, $y = 1$, $z = 2$ কি নীচের সমীকরণগুলির

$$2x + y + 3z = 7$$
$$-4x + 2y + 6z = 14$$

একটি মৌল কার্যকর সমাধান ? উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দিন এবং সকল মৌল কার্যকর সমাধানগুলি নির্ণয় করুন। ৫

৩। (ক) কোন ইউক্লিডিয় দেশ E^n-এ রৈখিক প্রোগ্রামিং সমস্যার কার্যকর সমাধানসমূহ দ্বারা গঠিত উত্তল সেট শূন্য নয় এবং একইসঙ্গে বদ্ধ ও সীমাবদ্ধ, তাহলে প্রমাণ করুন ঐ সমস্যার চরম বা অবম মান ঐ উত্তল সেটের কোনো প্রান্তিক বিন্দুতে হবে। যদি উত্তল সেটটি সীমাবদ্ধ না হয় তবে কি হবে আলোচনা করুন। ৪ + ২

(খ) যদি $x_1 = 2$, $x_2 = 2$, $x_3 = 1$ নীচের সমীকরণগুলির $x_1 + 2x_2 + x_3 = 7$; $2x_1 + x_2 + 3x_3 = 9$ একটি কার্যকর সমাধান হয়, তাহলে ঐ কার্যকর সমাধান থেকে একটি মৌল কার্যকর সমাধান নির্ণয় করুন। ৪

৪। (ক) চার্নস বিগ M পদ্ধতি অনুসরণ করে সমাধান করুন :

চরম $Z = 2x_1 + 3x_2 - x_3$

শর্ত সাপেক্ষে, $2x_1 + 5x_2 - x_3 \le 5$

$x_1 + x_2 + 2x_3 = 6$

$2x_1 - x_2 + 3x_3 = 7$

$x_1, x_2, x_3 \ge 0$ ৬

(খ) নিম্নলিখিত রৈখিক প্রোগ্রামিং সমস্যাটির দ্বৈত সমস্যাটি নির্ণয় করুন :

চরম $Z = x_1 + 2x_2 + 3x_3$

শর্ত সাপেক্ষে, $2x_1 + x_2 - 3x_3 \ge 5$

$x_1 + 2x_2 + x_3 = 8$

$2x_1 - 3x_2 + 2x_3 \le 14$

$x_1, x_2 \ge 0$, x_3 অবাধ। ৪

বিভাগ – খ

যে-কোনো **তিনটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ ৬ × ৩ = ১৮

৫। যদি v মান বিশিষ্ট কোন ক্রীড়ার মূল্যসূচক ম্যাট্রিক্সের প্রত্যেক পদের সঙ্গে একটি নির্দিষ্ট সংখ্যা p যোগ করা হয় তাহলে উত্তম ক্রীড়া কৌশলগুলির কোন পরিবর্তন হবে না — প্রমাণ করুন। ৬

৬। নীচের পরিবহন সমস্যার সমাধান করুন : ৬

	D_1	D_2	D_3	
O_1	50	30	220	1
O_2	90	45	170	3
O_3	250	200	50	4
	4	2	2	

৭। দ্বৈত সমস্যাটির সমাধান করে প্রমাণ করুন নীচের রৈখিক প্রোগ্রামিং সমস্যাটির সমাধান unbounded.

চরম $Z = 3x_1 + x_2$

শর্ত সাপেক্ষে $2x_1 + 3x_2 \ge 2$

$x_1 + x_2 \ge 1$

$x_1, x_2 \ge 0$ ৬

৮। নীচের আরোপ সমস্যাটির সমাধান করুন :

	1	2	3	4	5
A	11	17	8	16	20
B	9	7	12	6	15
C	13	16	15	12	16
D	21	24	17	28	26
E	14	10	12	11	15

৬

৯। নীচের ক্রীড়া সমস্যাটির সমাধান করুন :

		B				
A	1	3	–1	4	2	–5
	–3	5	6	1	2	0

৬

১০। নীচের ভ্রাম্যমান বিক্রেতা সমস্যাটির সমাধান করুন :

	1	2	3	4	5
1	∞	4	10	14	2
2	12	∞	6	10	4
3	16	14	∞	8	14
4	24	8	12	∞	10
5	2	6	4	16	∞

৬

বিভাগ – গ

যে-কোনো **চারটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ ৩ × ৪ = ১২

১১। প্রমাণ করুন যে রৈখিক প্রোগ্রামিং সমস্যার কার্যকর সমাধানসমূহ দ্বারা গঠিত সেটটি একটি উত্তল সেট। ৩

১২। ম্যাট্রিক্স minimum পদ্ধতির সাহায্যে নিচের পরিবহন সমস্যাটির প্রারম্ভিক মৌল কার্যকর সমাধান নির্ণয় করুন : ৩

	D_1	D_2	D_3	D_4	
O_1	2	3	6	8	6
O_2	1	4	6	10	8
O_3	4	2	1	5	10
	12	4	6	5	

১৩। $S = \{(x_1, x_2); 2x_1^2 + 3x_2^2 \le 6\}$ সেটটির প্রান্তিক বিন্দুগুলি নির্ণয় করুন। ৩

১৪। E^4 দেশের একটি ভিত্তি নির্ণয় করুন যার মধ্যে (1, 2, 3, 4), (–1, 1, 2, 3) এবং (0, 3, 5, 6) অন্তর্ভুক্ত। ৩

[পরের পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য

১৫। (1, 3, 5) কে (2, 4, 2), (3, 1, 3) এবং (2, 3, 4)-এর রৈখিক সমবায় হিসেবে প্রকাশ করুন। ৩

১৬। নীচের ক্রীড়া সমস্যাটির একটি অশ্বোপবেশন বিন্দু নির্ণয় করুন এবং সমস্যাটির সমাধান করুন : ২ + ১

$$\begin{array}{c} \\ A \end{array} \begin{array}{c} B \\ \begin{bmatrix} 1 & 7 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 4 & 5 \\ 7 & 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} \end{array}$$

১৭। নীচের পরিবহন সমস্যাটিকে রৈখিক সমস্যা হিসেবে প্রকাশ করুন : ৩

	D_1	D_2	D_3	
O_1	2	6	8	12
O_2	10	9	4	16
	8	10	10	

১৮। প্রদত্ত সেট S এর প্রান্তিক বিন্দুসমূহ নির্ণয় করুন : ৩
$S = \{(x, y); 2x + y \le 6,\ x + y \le 5,\ x + 3y \ge 3,\ y \ge 0\}$

English Version

Group – A

Answer any *two* questions. 10 × 2 = 20

1. A and B are produced by a company. Both are produced in a machine where for A 25 minutes and for B 15 minutes are required for producing one unit. 1 kg and 2·5 kg of raw materials are required for producing 1 unit of A and B respectively. In a week the machine can work maximum 35 hours and 170 kg raw materials are available. If the profit per unit of A and B are Rs. 100 and Rs. 400 respectively then how much units of A and B are to be produced in a week for maximising profit ? Write above problem as an L.P.P. and solve it graphically. 5 + 5

2. a) Show that $X = \{(x_1, x_2); 2x_1^2 + 3x_2^2 \le 6\}$ is a convex set. 5

   b) Is $x = 0$, $y = 1$, $z = 2$ a basic feasible solution of the system of equations

   $$2x + y + 3z = 7$$
   $$-4x + 2y + 6z = 14 \text{ ?}$$

   Justify your answer. Also find all basic feasible solutions. 5

3. a) In an Euclidian space E^n convex set of all feasible solutions of an L.P.P. is non-null and closed and bounded, then prove that optimum solution attained at an extreme point of the convex set. What happens if the convex set is not bounded ? Explain. 4 + 2

   b) Reduce the feasible solution $x_1 = 2$, $x_2 = 2$, $x_3 = 1$ to a basic feasible solution of $x_1 + 2x_2 + x_3 = 7$; $2x_1 + x_2 + 3x_3 = 9$. 4

4. a) Using Charne's Big M method solve

   Max $Z = 2x_1 + 3x_2 - x_3$

   subject to $2x_1 + 5x_2 - x_3 \le 5$

   $$x_1 + x_2 + 2x_3 = 6$$
   $$2x_1 - x_2 + 3x_3 = 7$$
   $$x_1, x_2, x_3 \ge 0$$ 6

   b) Write down dual of the given L.P.P. :

   Max $Z = x_1 + 2x_2 + 3x_3$

   subject to $2x_1 + x_2 - 3x_3 \ge 5$

   $$x_1 + 2x_2 + x_3 = 8$$
   $$2x_1 - 3x_2 + 2x_3 \le 14$$
   $x_1, x_2 \ge 0$, x_3 is unrestricted. 4

Group – B

Answer any *three* questions. 6 × 3 = 18

5. If p is added to each element of a pay off matrix of a game with value of the game v, then optimum strategy remains unchanged — Prove. 6

6. Solve the following transportation problem :

	D_1	D_2	D_3	
O_1	50	30	220	1
O_2	90	45	170	3
O_3	250	200	50	4
	4	2	2	

6

7. Solving dual prove that primal problem has unbounded solution :

Max $Z = 3x_1 + x_2$

subject to $2x_1 + 3x_2 \geq 2$

$x_1 + x_2 \geq 1$

$x_1, x_2 \geq 0$ 6

8. Solve the following assignment problem :

	1	2	3	4	5
A	11	17	8	16	20
B	9	7	12	6	15
C	13	16	15	12	16
D	21	24	17	28	26
E	14	10	12	11	15

6

9. Solve the following game problem :

		B				
A	1	3	–1	4	2	–5
	–3	5	6	1	2	0

6

10. Solve the following travelling salesman problem :

	1	2	3	4	5
1	∞	4	10	14	2
2	12	∞	6	10	4
3	16	14	∞	8	14
4	24	8	12	∞	10
5	2	6	4	16	∞

6

Group – C

Answer any *four* questions. 3 × 4 = 12

11. Prove that set of all feasible solutions of an L.P.P. is a convex set. 3

12. Find an initial basic feasible solution by matrix minimum method of the given transportation problem : 3

	D_1	D_2	D_3	D_4	
O_1	2	3	6	8	6
O_2	1	4	6	10	8
O_3	4	2	1	5	10
	12	4	6	5	

13. Find the extreme points of the set $S = \{(x_1, x_2); 2x_1^2 + 3x_2^2 \leq 6\}$. 3

14. Find a basis of E^4 which contains (1, 2, 3, 4), (–1, 1, 2, 3) and (0, 3, 5, 6). 3

15. Express (1, 3, 5) as a linear combination of (2, 4, 2), (3, 1, 3) and (2, 3, 4). 3

16. Find the saddle point of the game and solve it :

$$\begin{array}{c} \\ A \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} B & & & \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 7 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 4 & 5 \\ 7 & 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} \end{array}$$

2 + 1

17. Write the transportation problem as an L.P.P.

	D_1	D_2	D_3	
O_1	2	6	8	12
O_2	10	9	4	16
	8	10	10	

3

18. Find the extreme points of $S = \{(x, y); 2x + y \le 6, x + y \le 5, x + 3y \ge 3, y \ge 0\}$. 3

Date of Publication	:	10.10.2014
Last date of Submission of Answer Script by the student	:	30.11.2014
Last date of Submission of marks by the Study Centre to the department of C.O.E. on or before	:	12.01.2015