

স্নাতক পাঠ্যক্রম (B.D.P.)

অনুশীলন পত্র (Assignment) : ডিসেম্বর, ২০১৪ ও জুন, ২০১৫

গণিত (Mathematics)

ঐচ্ছিক পাঠ্যক্রম (Elective)

ত্রয়োদশ পত্র (13th Paper : **Statistics and its Application**)

পূর্ণমান : ৫০

মানের গুরুত্ব : ৩০%

Full Marks : 50

Weightage of Marks : 30%

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে।

অশুদ্ধ বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর

কেটে নেওয়া হবে। উপাত্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।

Special credit will be given for accuracy and relevance in the answer. Marks will be deducted for incorrect spelling, untidy work and illegible handwriting.**The weightage for each question has been indicated in the margin.**

বিভাগ - ক

যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন : $10 \times 2 = 20$

১। একটি পূর্ণকের সঙ্কোচনা ঘনত্ব অপেক্ষকটি

হল, $f(x) = 2\gamma \sqrt{\frac{\gamma}{\pi}} x^2 e^{-\gamma x^2}, -\infty < x < \infty, \gamma > 0$ পূর্ণকাক্ষ (parameter) γ -এর গরিষ্ঠ আশংসাত্তিক

প্রাক্কলনী মানটি (maximum likelihood estimate)

একটি n আয়তনের সমসঙ্কব নমুনার উপর ভিত্তি করে নির্ণয় করুন। 10

২। কোনও একটি সমগ্রকের সঙ্কোচনা ঘনত্ব অপেক্ষক হল

$$f(x : \theta) = \theta e^{-\theta x}, 0 \leq x < \infty, \theta > 0.$$

মুখ্য প্রকল্প $H_0 : \theta = 2$ বনাম একপাক্ষিক বৈকল্পিক প্রকল্প

$$H_1 : \theta > 2$$

নীচের বিচার পদ্ধতিতে বিচার করতে হবে :

 H_0 বাতিল করা হবে যদি সমগ্রক থেকে নেওয়া এককআকারের নমুনা x -এর মান ৬-এর সমান বা ৬-এর থেকে

বড় হয়। প্রথম প্রকার ভ্রান্তির সঙ্কোচনা ও বিচারের শক্তি

(power of the test) নির্ণয় করুন। 10 ৩। দেখান যে নর্মাল সমগ্রক (population) (m, σ) -এর জন্য $\frac{ns^2}{\sigma^2}$ নমুনাক্ষের নমুনাজ নিবেশন $(n - 1)$ স্বাতন্ত্র্যমাত্রায়ুক্ত χ^2 হবে যখন n, s^2 এবং σ^2 যথাক্রমে নমুনা আয়তন,নমুনা ভেদমান এবং সমগ্রক ভেদমানকে সূচিত করে। 10 ৪। N আকারের একটি সসীম সমগ্রক (যার ভেদমান σ^2)থেকে চয়ন করা n আকারের যে কোন সমসঙ্কব নমুনার

(পুনঃস্থাপন বিহীন) ক্ষেত্রে দেখান যে, নমুনাগড়ের সমক

ভ্রান্তি হবে $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$. 10

3 EMT-XIII (UA-134/13)

বিভাগ - খ

যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দিন : $৬ \times ৩ = ১৮$

৫। নীচের পরিসংখ্যা বিভাজন থেকে কোন্ শ্রেণীটির পরিবর্তনশীলতা বেশি তা নির্ণয় করুন : ৬

শ্রেণীবিন্যাস	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
A	10	18	32	40	22	18
B	18	22	40	32	18	10

৬। দেখান যে, সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক (correlation coefficient) -এর মান মূলবিন্দুর অবস্থান ও মাত্রা পরিবর্তনের উপর নির্ভর করে না। ৬

৭। নীচের তথ্য থেকে x -এর উপর y -এর প্রতিগমন রেখার সমীকরণ নির্ণয় করুন :

x	1	2	3	4	5
y	6	8	11	8	12

y -এর উপর x -এর প্রতিগমন রেখার সমীকরণও নির্ণয় করুন। ৬

৮। প্রমাণ করুন যে সমসঙ্কব নমুনার নমুনাগড় সাপেক্ষে গড় পার্থক্যের মান নমুনার সমক বিচ্যুতির থেকে বেশী হতে পারে না। ৬

৯। একটি দ্বিপদ (N, p) সমগ্রক থেকে চয়ন করা n আকারের সমসঙ্কব নমুনার নমুনাগড়ের নমুনাজ নিবেশন নির্ণয় করুন। ৬

EMT-XIII (UA-134/13) 4

১০। প্রমাণ করুন যে, যদি নমুনাঙ্ক t , পূর্ণকাক θ -এর একটি পক্ষপাতশূন্য প্রাক্কলনী মান হয়, তবে t^2, θ^2 -এর একটি পক্ষপাতদুষ্টি প্রাক্কলনী মান। যদি নমুনাঙ্ক t , পূর্ণকাক θ -এর একটি সমঞ্জস প্রাক্কলনী মান হয় তবে, t^2, θ^2 -এর একটি সমঞ্জস প্রাক্কলনী মান। ৬

বিভাগ - গ

যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন : $৩ \times ৪ = ১২$

১১। একটি পরীক্ষায় 18 জন ছাত্রছাত্রীর নম্বরের গড় 56 এবং ভেদমান 65। নম্বরের পূর্ণকটিকে নর্মাল ধরে নিয়ে পূর্ণকের গড়ের 95% আস্থা অন্তর নির্ণয় করুন। [স্বাতন্ত্র্যতার মাত্রা 17 হলে $P(|t| > 2.11) = 0.05$] ৩

১২। যে কোন দুটি নিয়ে ব্যাখ্যা করুন :

(ক) নমুনা বৈশিষ্ট্য

(খ) আস্থা অন্তর

(গ) সর্বোত্তম সংশয়াঞ্চল (Best critical region)। ৩

১৩। নীচের সংখ্যাগুলির যৌগিক গড়ের সাপেক্ষে গড় বিচ্যুতি এবং মধ্যমার সাপেক্ষে গড় বিচ্যুতি নির্ণয় করুন : ৩
7, 9, 24, 14, 26.

EMT-XIII (UA-134/13)

১৪। 12 টি পর্যবেক্ষণ লঙ্ক রাশিতথ্য থেকে x ও y চলকদ্বয়ের মধ্যে সহপরিবর্তন গুণাক্ষ নির্ণয়ের সময় নীচের ফলগুলি পাওয়া গেল :

$$n = 12, \sum x = 30, \sum y = 5, \sum x^2 = 670, \sum y^2 = 285, \sum xy = 334.$$

পরবর্তীকালে দেখা গেল যে, একজোড়া মান ভুল করে ($x = 11, y = 4$) লেখা হয়েছে, যেখানে সঠিক মান ছিল ($x = 10, y = 14$)। সহপরিবর্তন গুণাক্ষের সঠিক মান নির্ণয় করুন। ৩

১৫। নীচের বিভাজন থেকে সংখ্যাগুরু মান নির্ণয় করুন :

ওজন (x) গ্রাম	410-419	420-429	430-439
পরিসংখ্যা (f)	14	20	39

440-449	450-459	460-469	470-479
54	45	18	10

১৬। বিন্দু প্রাক্কলন (point estimation) ও অন্তর প্রাক্কলন (interval estimation) বলতে কি বোঝায় ব্যাখ্যা করুন। ৩

EMT-XIII (UA-134/13) 2

১৭। নীচের ছকে 60 জন ছাত্রের পরিসংখ্যান বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের পরিসংখ্যা বিভাজন দেওয়া হল :

শ্রেণীবিভাগ	0-10	10-20	20-30
পরিসংখ্যা	5	8	11

30-40	40-50	50-60	60-70
15	13	6	2

ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা চিত্র ব্যবহার করে একজন ছাত্রের প্রাপ্ত নম্বরের মধ্যমা নির্ণয় করুন। ৩

১৮। কোন প্রদত্ত নমুনা (x_1, x_2, \dots, x_n)-এর ক্ষেত্রে প্রমাণ করুন

যে $\sum_{i=1}^n (x_i - a)^2$ -এর মান লঘিষ্ট হবে যখন a -এর মান

নমুনা গড় \bar{x} -এর সমান। ৩

English Version**Group – A**

Answer any *two* questions. $10 \times 2 = 20$

1. The probability density function of a population is given by

$$f(x) = 2\gamma \sqrt{\frac{\gamma}{\pi}} x^2 e^{-\gamma x^2}, -\infty < x < \infty, \gamma > 0.$$

Find the maximum likelihood estimate of γ on the basis of a random sample of size n drawn from the population. 10

2. Given the population density function

$$f(x : \theta) = \theta e^{-\theta x}, 0 \leq x < \infty, \theta > 0.$$

The null hypothesis $H_0 : \theta = 2$ against the one sided alternative $H_1 : \theta > 2$ will be tested on the following procedure :

H_0 should be rejected if a sample x drawn from the population is greater than or equal to 6. Find the probability of Type-I error and the power of the test. 10

3. Show that for a normal (m, σ) population, the sampling distribution of the statistic $\frac{ns^2}{\sigma^2}$ is χ^2 distribution with $n-1$ degrees of freedom where n, s^2 and σ^2 respectively represent the sample size, sample variance and population variance. 10

4. Consider a random sample of size n without replacement from a finite population of size N and variance σ^2 . Show that the standard error of sample mean is $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$. 10

Group – B

Answer any *three* questions. $6 \times 3 = 18$

5. Determine which one of the following two classes from the frequency distribution has greater variability : 6

Class	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
A	10	18	32	40	22	18
B	18	22	40	32	18	10

6. Show that correlation coefficient is independent of the unit of measurement and of the choice of origin. 6

EMT-XIII (UA-134/13)

7. Determine the line of regression of y on x from the following data :

x	1	2	3	4	5
y	6	8	11	8	12

Determine also the line of regression of x on y .

6

8. Show that the mean deviation of a random sample about the mean is at most equal to the standard deviation of the sample. 6
9. Find the sampling distribution of the mean for a random sample of size n drawn from binomial (N, p) population. 6
10. Prove that if t is an unbiased estimate of a population parameter θ , then t^2 is a biased estimate of θ^2 , but if t is a consistent estimate of θ then t^2 is also a consistent estimate of θ^2 . 6

Group - C

Answer any *four* questions. $3 \times 4 = 12$

11. The marks obtained by 18 candidates in an examination have a mean 56 and variance 65. Find 95% confidence limits for the mean of the population of marks, assuming it to be normal. [For 17 degrees of freedom $P | t | > 2.11 = 0.05$]

EMT-XIII (UA-134/13) 2

12. Explain any *two* of the following : 3
- (a) Sample characteristics
- (b) Confidence interval
- (c) Best critical region.
13. Find the mean deviations about the mean and median respectively of the following numbers : 3
- 7, 9, 24, 14, 26.
14. While calculating the coefficient of correlation between variables x and y the following results were obtained for 12 observations :

$$n = 12, \sum x = 30, \sum y = 5, \sum x^2 = 670, \sum y^2 = 285, \sum xy = 334.$$

It was however later discovered at the time of checking that one pair of observation was copied wrongly as $(x = 11, y = 4)$, while correct value was $(x = 10, y = 14)$. Determine the correct correlation coefficient. 3

15. Calculate the mode of the following frequency distribution : 3

Weight (x) in grams	410-419	420-429	430-439
Frequency (f)	14	20	39

440-449	450-459	460-469	470-479
54	45	18	10

16. Explain what you mean by point estimation and interval estimation. 3
17. Following table gives the frequency distribution of marks obtained by 60 students in statistics : 3

Class	0-10	10-20	20-30
Frequency	5	8	11

30-40	40-50	50-60	60-70
15	13	6	2

Find median of marks obtained by the students using cumulative frequency curve.

18. For a given sample (x_1, x_2, \dots, x_n) , prove that

$$\sum_{i=1}^n (x_i - a)^2 \text{ is least when the value of } a \text{ is equal}$$

to sample mean \bar{x} . 3

Date of Publication : 10.10.2014

Last date of Submission of Answer Script by the student : 30.11.2014

Last date of Submission of marks by the Study Centre to the department of C.O.E. on or before : 12.01.2015