

স্নাতক পাঠক্রম (B.D.P.)

অনুশীলন পত্র (Assignment) : ডিসেম্বর, ২০১৪ ও জুন, ২০১৫

গণিত (Mathematics)

ঐচ্ছিক পাঠক্রম (Elective)

ষষ্ঠ পত্র (6th Paper : Analytical Geometry)

পূর্ণমান : ৫০

মানের গুরুত্ব : ৩০%

Full Marks : 50

Weightage of Marks : 30%

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে।
অশুদ্ধ বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর
কেটে নেওয়া হবে। উপাত্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।

**Special credit will be given for accuracy and relevance
in the answer. Marks will be deducted for incorrect
spelling, untidy work and illegible handwriting.
The weightage for each question has been
indicated in the margin.**

বিভাগ - ক

যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন : $১০ \times ২ = ২০$ ১। (ক) $\theta = \alpha$ এবং $\theta = \beta$ বিন্দুতে $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ এই

কণিকের উপর অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয়ের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক
নির্ণয় করুন। ৫

(খ) প্রমাণ করুন যে একটি প্রদত্ত সরলরেখাগামী কোনো
তল একটি কেন্দ্রীয় কণিকয়েডকে যে বক্রতে ছেদ করে
তার কেন্দ্রসমূহ একটি কণিকের উপর অবস্থিত। ৫

২। (ক) যদি P ও Q বিন্দু $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্তের দুটি

অনুবন্ধী ব্যাসের প্রান্তবিন্দু হয়, তবে দেখান যে,

P ও Q বিন্দুতে স্পর্শকদ্বয়ের ছেদবিন্দুর সঞ্চারণপথ

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2. \quad ৫$$

(খ) $P(a, b, c)$ বিন্দু থেকে স্থানাঙ্ক তল সমূহের উপর

PL, PM, PN লম্ব টানা হল। দেখান যে LMN তলের

$$\text{সমীকরণ হবে } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 2. \quad ৫$$

৩। (ক) $4x^2 + 4xy + y^2 - 12x - 6y + 5 = 0$ এই

সমীকরণটিকে প্রামাণ্য আকারে রূপান্তর করুন এবং

এই সমীকরণ যে কণিক প্রকাশ করে তার প্রকৃতি

উল্লেখ করুন। ৫

(খ) দেখান যে $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ এই উপবৃত্তের যে জ্যা সমূহ

কেন্দ্রে সমকোণ উৎপন্ন করে তাদের মেরু সমূহের

$$\text{সঞ্চারণ পথ হবে } \frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \quad ৫$$

- ৪। (ক) $x - y = 1$ সরলরেখাটি $2x^2 - 7xy + 6y^2 = 0$ এই রেখাদ্বয়কে A এবং B বিন্দুতে ছেদ করে। AB -এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন ও AB -এর মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করুন। ৫
- (খ) $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy = 0$ এই সমীকরণ দ্বারা সূচিত শঙ্কুর তিনটি পরস্পর লম্ব কারিকা রেখা থাকবে যদি $a + b + c = 0$ হয়, এটি প্রমাণ করুন। ৫

বিভাগ - খ

যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দিন : $৬ \times ৩ = ১৮$

- ৫। প্রমাণ করুন যে বহিস্থঃ কোনো বিন্দু থেকে একটি পরাবৃত্তের উপর চারটি অভিলম্ব টানা সম্ভব। ৬
- ৬। $A(a, \alpha)$, $B(b, \beta)$ কোনো বৃত্তের একটি ব্যাসের প্রান্তবিন্দু। ঐ বৃত্তের মেরু সমীকরণ নির্ণয় করুন। ৬

- ৭। একটি সমকোণী ত্রিভুজ একটি সমপরাবৃত্তের অন্তর্গত। প্রমাণ করুন যে ঐ ত্রিভুজের সমকৌণিক বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক অতিভুজের উপর লম্ব। ৬
- ৮। $2y^2 + 4zx + 2x - 4y + 6z + 5 = 0$ এই সমীকরণটি যে কোয়াদ্রিকটি সূচনা করে তার প্রকৃতি নির্ণয় করুন। ৬
- ৯। $8x + 10y + 20z - 11 = 0$ এই সমতলের সমান্তরাল $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} - \frac{z^2}{4} = 1$ পরাবৃত্তটির কারিকা রেখার সমীকরণ নির্ণয় করুন। ৬
- ১০। দেখান যে ত্রিমাত্রিক কার্তেসীয় অক্ষ-এর অর্থগোনাল (orthogonal) রূপান্তরের ফলে দুটি বিন্দুর মধ্যে দূরত্ব সর্বদা অচল থাকে। ৬

বিভাগ - গ

যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন : $৩ \times ৪ = ১২$

- ১১। দেখান যে $4a$ নাভিলম্ব বিশিষ্ট একটি অধিবৃত্তের স্পর্শকের মেরু সমীকরণকে $r = a \sec \frac{\alpha}{2} \sec \left(\theta - \frac{\alpha}{2} \right)$ আকারে লেখা যায়। ৩

EMT-VI (UA-134)

- ১২। দেখান যে মূলবিন্দুগামী এবং $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ দ্বারা সূচিত রেখাদ্বয়ের উপর লম্ব সরলরেখাদ্বয়ের সমীকরণ $bx^2 - 2hxy + ay^2 = 0$. ৩
- ১৩। $x^2 + y^2 = 4ax$ বৃত্ত এবং $y^2 = 4ax$ অধিবৃত্তের মধ্যে সাধারণ স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় করুন। ৩
- ১৪। $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ বৃত্তের সাপেক্ষে $(2, 3)$ বিন্দুর পোলার (polar)-এর সমীকরণ নির্ণয় করুন। ৩
- ১৫। দুটি তল $2x + 3y - 6z + 14 = 0$ এবং $2x + 3y - 6z + 42 = 0$ একটি গোলককে স্পর্শ করে যার কেন্দ্র $2x + z = 0 = y$ রেখার উপর অবস্থিত। গোলকটির সমীকরণ নির্ণয় করুন। ৩
- ১৬। $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ এবং $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+3}{4}$ রেখা দুটির মধ্যে দূরত্ব কত? ৩

EMT-VI (UA-134)

2

- ১৭। (l_1, m_1, n_1) এবং (l_2, m_2, n_2) দুটি সরলরেখার দিক-কোসাইন, এই দুটি সরলরেখা পরস্পর লম্ব। এই দুটি সরলরেখার উপর লম্ব তৃতীয় একটি সরলরেখার দিক-কোসাইন নির্ণয় করুন। ৩
- ১৮। এমন একটি লম্ববৃত্তাকার শঙ্কুর সমীকরণ নির্ণয় করুন যা $2x = 3y = 5z$ সরলরেখাগামী এবং যার অক্ষের সমীকরণ $x = y = z$. ৩

English Version**Group – A**

Answer any *two* questions. $10 \times 2 = 20$

1. (a) Find the coordinates of the point of intersection of the two tangents drawn at the points $\theta = \alpha$ and $\theta = \beta$ to the conic $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$. 5
- (b) Prove that the centres of sections of a central conicoid that pass through a given straight line lie on a conic. 5
2. (a) If P and Q be end points of two conjugate diameters of the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, then show that the locus of the point of intersection of the tangents at P and Q is $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2$. 5

- (b) Perpendiculars PL, PM, PN are drawn from the point $P (a, b, c)$ to the coordinate planes. Show that the equation of the plane LMN is $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 2$. 5
3. (a) Reduce the equation $4x^2 + 4xy + y^2 - 12x - 6y + 5 = 0$ to its canonical form and determine the nature of the conic represented by it. 5
- (b) Show that the locus of the poles of the chords of the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ which subtend a right angle at the centre is $\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$. 5
4. (a) The straight line $x - y = 1$ intersects $2x^2 - 7xy + 6y^2 = 0$ at the points A and B . Find the length of the segment AB and coordinates of the mid-point of AB . 5

EMT-VI (UA-134)

- (b) The cone represented by the equation $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy = 0$ will have three mutually perpendicular generators if $a + b + c = 0$. Prove this result.

5

Group – B

Answer any *three* questions. $6 \times 3 = 18$

5. Prove that four normals may be drawn from an external point to a hyperbola. 6
6. $A(a, \alpha)$, $B(b, \beta)$ are end points of a diameter of a circle. Find the polar equation of the circle. 6
7. A right angled triangle is inscribed in a rectangular hyperbola. Prove that the tangent to the hyperbola at the vertex of the right angle is perpendicular to the hypotenuse. 6
8. Find the nature of the quadric represented by $2y^2 + 4zx + 2x - 4y + 6z + 5 = 0$. 6

EMT-VI (UA-134)

2

9. Find the equation of the generators of the hyperboloid $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} - \frac{z^2}{4} = 1$ which are parallel to the plane $8x + 10y + 20z - 11 = 0$. 6
10. Show that in an orthogonal transformation of three dimensional coordinate axes, the distance between two points remains invariant. 6

Group – C

Answer any *four* questions. $3 \times 4 = 12$

11. Show that the polar equation of the tangent to a parabola with latus rectum $4a$ can be expressed in the form $r = a \sec \frac{\alpha}{2} \sec \left(\theta - \frac{\alpha}{2} \right)$. 3
12. Show that the equation of the pair of straight lines through the origin perpendicular to the pair of straight lines $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ is $bx^2 - 2hxy + ay^2 = 0$. 3
13. Find the equation to the common tangent of the circle $x^2 + y^2 = 4ax$ and the parabola $y^2 = 4ax$. 3

3

14. Find the equation of the polar of the point (2, 3) with respect to the circle $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$.

3

15. Two planes $2x + 3y - 6z + 14 = 0$ and $2x + 3y - 6z + 42 = 0$ are tangent planes to the sphere whose centre lies on $2x + z = 0 = y$. Find the equation of the sphere.

3

16. Find the distance between the lines $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ and $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+3}{4}$.

3

17. (l_1, m_1, n_1) and (l_2, m_2, n_2) are direction cosines of two perpendicular lines. Find the direction cosines of a line which is perpendicular to both the given lines.

3

18. Find the equation of the right circular cone which passes through the line $2x = 3y = 5z$ and has the line $x = y = z$ as its axis.

3

Date of Publication : 10.10.2014
 Last date of Submission of Answer Script by the student : 30.11.2014
 Last date of Submission of marks by the Study Centre to the department of C.O.E. on or before : 12.01.2015