

স্নাতক পাঠ্যক্রম (B.D.P.)

অনুশীলন পত্র (Assignment) : ডিসেম্বর, ২০১৪ ও জুন, ২০১৫

গণিত (Mathematics)

ঐচ্ছিক পাঠ্যক্রম (Elective)

দ্বিতীয় পত্র (2nd Paper : Integral Calculus and
Differential Equations)

পূর্ণমান : ৫০

মানের গুরুত্ব : ৩০%

Full Marks : 50

Weightage of Marks : 30%

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে।

অশুদ্ধ বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর
কেটে নেওয়া হবে। উপাত্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।**Special credit will be given for accuracy and relevance
in the answer. Marks will be deducted for incorrect
spelling, untidy work and illegible handwriting.****The weightage for each question has been
indicated in the margin.**

বিভাগ - ক

যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

১০ × ২ = ২০

১। ক) মান নির্ণয় করুন :

৩ + ৩

i)
$$\int \cos \left(2 \cot^{-1} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \right) dx$$

ii)
$$\int \frac{\sin 2x dx}{(5 + 4 \cos x)^2}$$

খ) মান নির্ণয় করুন :

8

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \dots + \frac{1}{3n} \right]$$

২। ক) যদি $I_n = \int x^n \sqrt{a-x} dx$ হয়, তবে প্রমাণ করুন

$$\text{যে, } (2n+3)I_n = 2an I_{n-1} - 2x^n(a-x)^{3/2}.$$

অতঃপর $\int_0^a x^3 \sqrt{ax-x^2} dx$ -এর মান নির্ণয় করুন।

৩ + ২

খ) $\int_0^{\pi/2} \sin^m x \cos^n x dx$ -এর লঘুকরণ সূত্রটি নির্ণয়করুন [যেখানে m, n ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা]। অতঃপর

$$\int_0^{\pi/2} \sin^3 x \cos^2 x dx$$
-এর মান নির্ণয় করুন। ৩ + ২

৩। ক) সমাকলন করুন : $\int \frac{x^3 dx}{(x^2+a^2)(x^2+b^2)}$. ৫খ) মান নির্ণয় করুন : $\iint_E \sin \pi(x^2+y^2) dx dy$, যেখানে

$$E : \{(x,y) : x^2+y^2=1\} .$$
 ৫

৪। ক) মান নির্ণয় করুন $\iiint_E (x+y+z+1)^2 dx dy dz$

যেখানে

$$E : \{(x,y,z) : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x+y+z \leq 1\} .$$

৫

- খ) মান নির্ণয় করুন : $\int_C \{(x+y^2)dx + (x^2 - y)dy\}$
 যেখানে $C : y^3 = x^2$ ও $y = x$ -এর ছেদবিন্দুদ্বয়ের
 মধ্যবর্তী আবদ্ধ বক্ররেখা দক্ষিণাবর্ত বরাবর। ৫

বিভাগ - খ

যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দিন : ৬ × ৩ = ১৮

- ৫। i) দেখান যে, $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x dx}{x^2 + 1} = 0$.
 ii) অভিসারিত্ব পরীক্ষা করুন : $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}}$. ৩ + ৩
- ৬। $x = t^2$, $y = t - \frac{t^3}{3}$ -এই বক্ররেখাটির লুপের দৈর্ঘ্য নির্ণয়
 করুন। ৬
- ৭। $r^2 = a^2 \cos 2\theta$ -এই লেমনিস্কেটটির ক্ষেত্রফল নির্ণয়
 করুন। ৬
- ৮। সমাধান করুন : $(x^3 + 3xy^2)dx + (y^3 + 3x^2y)dy = 0$.
 ৬
- ৯। সাধারণ সমাধান এবং Singular সমাধান নির্ণয় করুন :
 $px - y = e^p$, [যেখানে $p = \frac{dy}{dx}$]. ৬
- ১০। সহ-সমীকরণগুলির সমাধান করুন :
 $\frac{d^2x}{dt^2} + y = \sin t$, $\frac{d^2y}{dt^2} + x = \cos t$. ৬

বিভাগ - গ

যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন : ৩ × ৪ = ১২

- ১১। সমাধান করুন : $\frac{d^2y}{dx^2} + 9y = e^x - \cos 2x$. ৩
- ১২। প্রাচল ভেদের পদ্ধতিতে (method of variation of
 parameters) সমাধান করুন : $\frac{d^2y}{dx^2} - y = \frac{2}{1 + e^x}$. ৩
- ১৩। নিচের সমীকরণটিকে স্বভাবী আকারে পরিণত করে সমাধান
 করুন :
 $\frac{d^2y}{dx^2} - 2 \tan x \frac{dy}{dx} + 5y = 0$. ৩
- ১৪। স্বাধীন চলের পরিবর্তনের দ্বারা সমাধান করুন :
 $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(4x - \frac{1}{x}\right) \frac{dy}{dx} + 4x^2y = 3xe^{-x^2}$. ৩
- ১৫। রৈখিক আকারে পরিণত করে সমাধান করুন :
 $x \frac{dy}{dx} + y = xy^2$. ৩
- ১৬। প্রমাণ করুন যে, $\int_0^1 \frac{dx}{x^4 \sqrt{1-x^2}} = 2\sqrt{3}$. ৩
- ১৭। দেখান যে, $\frac{B(p,q)}{p+q} = \frac{B(p+1,q)}{p} = \frac{B(p,q+1)}{q}$. ৩
- ১৮। $r = a(1 + \cos \theta)$ কার্ডিঅয়েড প্রারম্ভিক রেখার চারিদিকে
 আবর্তিত হলে উদ্ভূত ঘনের আয়তন নির্ণয় করুন। ৩

English Version
Group - A

Answer any *two* questions. $10 \times 2 = 20$
3 + 3

1. a) Evaluate :

i) $\int \cos \left(2 \cot^{-1} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \right) dx$

ii) $\int \frac{\sin 2x \, dx}{(5 + 4 \cos x)^2}$.

b) Evaluate :

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \dots + \frac{1}{3n} \right]$ 4

2. a) If $I_n = \int x^n \sqrt{a-x} \, dx$, then prove that

$(2n+3)I_n = 2anI_{n-1} - 2x^n(a-x)^{3/2}$.

Hence evaluate $\int_0^a x^3 \sqrt{ax-x^2} \, dx$. 3 + 2

b) Find the reduction formula of

$\int_0^{\pi/2} \sin^m x \cos^n x \, dx$ (where m, n are positive integers), and hence evaluate

$\int_0^{\pi/2} \sin^3 x \cos^2 x \, dx$. 3 + 2

3. a) Integrate : $\int \frac{x^3 dx}{(x^2+a^2)(x^2+b^2)}$. 5

b) Evaluate : $\iint_E \sin \pi(x^2+y^2) \, dx \, dy$, where

$E : \{(x,y) : x^2+y^2=1\}$. 5

4. a) Evaluate : $\iiint_E (x+y+z+1)^2 \, dx \, dy \, dz$ where

$E : \{(x,y,z) : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x+y+z \leq 1\}$.

5

b) Evaluate : $\int_C \{(x+y^2)dx + (x^2-y)dy\}$

where C is a positively oriented region enclosed by the curves $y^3 = x^2$ and $y = x$.

5

Group - B

Answer any *three* questions. $6 \times 3 = 18$

5. i) Show that $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \, dx}{x^2+1} = 0$.

ii) Test the convergence of $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}}$. 3 + 3

6. Find the length of the loop of the curve $x = t^2$,
 $y = t - \frac{t^3}{3}$. 6

7. Find the area of the lemniscate $r^2 = a^2 \cos 2\theta$. 6

8. Solve : $(x^3 + 3xy^2)dx + (y^3 + 3x^2y)dy = 0$. 6

9. Find the general solution and singular solution of
 $px - y = e^p$ [where $p = \frac{dy}{dx}$]. 6

10. Solve the following simultaneous equations :

$\frac{d^2x}{dt^2} + y = \sin t$, $\frac{d^2y}{dt^2} + x = \cos t$. 6

Group - C

Answer any *four* questions. $3 \times 4 = 12$

11. Solve : $\frac{d^2y}{dx^2} + 9y = e^x - \cos 2x$. 3
12. Solve by the method of variation of parameters
 $\frac{d^2y}{dx^2} - y = \frac{2}{1+e^x}$. 3
13. Solve by reducing to the normal form
 $\frac{d^2y}{dx^2} - 2 \tan x \frac{dy}{dx} + 5y = 0$. 3
14. Solve by changing independent variable
 $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(4x - \frac{1}{x}\right) \frac{dy}{dx} + 4x^2y = 3xe^{-x^2}$. 3
15. Solve by reducing to the linear equation
 $x \frac{dy}{dx} + y = xy^2$. 3
16. Prove that $\int_0^1 \frac{dx}{x^4 \sqrt{1-x^2}} = 2\sqrt{3}$. 3
17. Show that $\frac{B(p,q)}{p+q} = \frac{B(p+1,q)}{p} = \frac{B(p,q+1)}{q}$. 3
18. Find the volume of the solid obtained by revolving the $r = a(1 + \cos \theta)$ with respect to its initial line. 3

Date of Publication : 10.10.2014

Last date of Submission of Answer Script by the student : 30.11.2014

Last date of Submission of marks by the Study Centre to the department of C.O.E. on or before : 12.01.2015